مدل‌سازی تحلیلی احتراق جریان متقابل نفوذی ابرذرات*

مهدی بیدآبادی(۱)   میلاد رمضان‌پور(۲)   علیرضا خوئینی پورفر(۳)

چکیده در این پژوهش، مدل‌سازی احتراق جریان متقابل ابرذرات نفوذی مورد بررسی قرار گرفت. مدل ارائه‌شده مبتنی بر این فرض است که ذرات سوخت ابتدا تبخیر می‌شوند تا سوخت گازی را برای ورود به واکنش با اکساینده تولید نمایند. واکنش صورت‌گرفتهٔ مفروض، از قانون آرنیوس پیروی می‌کند. معادلات بقا به‌صورت تحلیلی حل شدند و دمای شعله برحسب تغییرات اعداد لوئیس سوخت و اکساینده ارائه شد. هم‌چنین روند تغییر موقعیت شعله با تغییر اعداد لوئیس مورد ارزیابی قرار گرفت و مشخص شد که دمای شعله با افزایش اعداد لوئیس سوخت و اکساینده، کاهش می‌یابد به‌طوری‌که با افزایش عدد لوئیس سوخت از ۰/۱ تا ۱/٤، دمای شعله دریج از ۱۹٤۳ به ۱٤۷۳ درجهٔ کلوین کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی احتراق ابرذرات; جریان متقابل; شعلهٔ نفوذی; حل تحلیلی.

Analytical Modeling of a Counterflow Diffusion Flame of a Dust Cloud

M. Bidabadi   M. Ramezanpour   A. Khoeini Poorfar

Abstract *Diffusion Flame in a Dust cloud combustion in a Counterflow configuration is investigated in this research. It is presumed that the fuel particles vaporize first to yield a gaseous fuel to oxidize with the gas phase. The reaction rate is assumed to be of the Arrhenius type. Conservation equations for the non-unity Lewis number are solved and the flame temperature with the variations of different Lewis numbers of fuel and oxidizer is proposed. Furthermore, the variations of flame position with the variation of Lewis number are evaluated. It has been found that the flame temperature decreases with increasing of fuel and oxidizer Lewis numbers, which for rise of fuel Lewis number from 0.1 to1.4, the flame temperature decreases from 1943 to 1473K.*

Key Words Dust Cloud Combustion; Counterflow; Diffusion Flame; Analytical Solution.

---

*تاریخ دریافت مقاله ۹٤/۹/۷ و تاریخ پذیرش آن ۹٤/۱۱/۲٤ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v28i2.51770

(۱) استاد دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران.

(۲) دانشجوی دکترای مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران.

(۳) دکترای مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران. alirezapoorfar@iust.ac.ir

مقدمه

مواد جامد می‌توانند در هوا بسوزند که شدت و سرعت سوزش آنها با افزایش درجهٔ کوچکی این مواد جامد افزایش می‌یابند به‌گونه‌ای که برای ذرات ریز در ابعاد میکرومتر و نانومتر، این واکنش احتراقی می‌تواند شکل انفجار به خود بگیرد. انفجار ذرات پدیده‌ای است که شعله از بین ابرذرات در هوا منتشر می‌شود که با توجه به عدم کنترل آن در بسیاری از موارد طی ۱۵۰ سال اخیر به‌عنوان خطری برای جوامع بشری شناخته می‌شود. معادن زغال‌سنگ و انبارهای آرد و غلات به‌سبب وجود ذرات ریز با قابلیت سوزش در هوا به‌عنوان اکساینده، مکان‌هایی هستند که در صورت وقوع جرقه و یا تأمین انرژی اولیه برای انجام واکنش‌های احتراقی، امکان وقوع یک واکنش اولیهٔ احتراقی را دارند که گسترش آن می‌تواند منجر به یک واکنش ثانویهٔ انفجاری شود [3-1]. در صنایعی که با ذرات احتراقی سر و کار دارند، دانشی دقیق از خطرات احتمالی این ذرات مورد نیاز می‌باشد. مطالعهٔ احتراق ترکیبات دو فازی شامل ذرات جامد در اکساینده، به‌دلیل امکان احتراق و یا انفجار ناگهانی که پیش‌تر عنوان شده بود، از اهمیت بالایی برخوردار می باشند، چه آن‌که این خاصیت احتراقی می‌تواند به‌عنوان منبع انرژی در کاربردهایی که نیاز به احتراق و انرژی حاصل از آن وجود دارد به‌کار گرفته شود و یا در جایی که امکان وقوع احتراق ناخواسته وجود دارد، کنترل شود. بنابراین پیش‌بینی خاصیت احتراقی ذرات مختلف و کیفیت احتراق آنها از اهمیت بالایی در سطوح مهندسی به‌منظور مدل‌سازی آنها برخوردار است. بدین صورت که به‌واسطهٔ پیچیدگی های موجود در مطالعات تجربی و آزمایشگاهی، مدل‌های ریاضی می‌توانند به‌عنوان جایگزین مناسب بسط داده شوند. در بحث مطالعهٔ ساختار احتراقی ذرات، مشکلات و پیچیدگی هایی موجود می باشد. یکی از مهم‌ترین مشکلات، پیچیدگی فرآیندهای احتراقی ابرذرات می‌باشد که به‌سبب خواص فیزیکی و شیمیایی سوخت و اندازه و کیفیت توزیع ذرات به‌وجود می‌آید [3, 4].

نظر به اهمیت بررسی کیفیت احتراق ابرذرات، پژوهش‌های تجربی، عددی و تحلیلی به‌منظور مدل‌سازی احتراق ابرذرات در اکساینده صورت گرفته است. لیو و همکاران [5] انتشار شعله را در محفظهٔ احتراقی حاوی ترکیبی از ابرذرات زغال‌سنگ و متان مورد بررسی قرار دادند. در این کار، سرعت انتشار شعله و حداکثر دمای شعلهٔ ترکیب مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. در مطالعه‌ای دیگر، پروست [6] سرعت سوزش و حداکثر دمای شعلهٔ ترکیب ابرذرات- هوا را شامل ترکیباتی از ذرات لایکوپودیوم – هوا، سولفور- هوا، آرد- هوا و نشاسته- هوا مورد محاسبه قرار داد. در این مطالعه سرعت سوزش و دمای شعلهٔ حاصل از احتراق ابرذرات پیش آمیخته در اکساینده مورد آزمایش قرار گرفت و مشخص شد که با افزایش غلظت جرمی ذرات موجود در هوا در نسبت های هم‌ارزی پایین‌تر از یک و یا نزدیک به آن، دمای شعله و سرعت سوزش افزایش می‌یابند.

ساختار انتشار شعلهٔ پیش‌آمیخته شامل ذرات فراری که به‌صورت یکنواخت در محیط اکسایندهٔ گازی توزیع شده‌اند، توسط سشادری و همکاران [7] مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. سرعت سوزش ذرات، دمای شعله و دمای آدیاباتیک شعله از جمله مواردی بودند که در کار سشادری برای ذراتی با نسبت هم‌ارزی اولیه بالاتر از یک به‌صورت تحلیلی مورد ارزیابی قرار گرفتند. بیدآبادی و رهبری [8] نیز به‌صورت تحلیلی انتشار شعله را در بین ابرذرات لایکوپودیوم موجود در هوا مورد بررسی قرار دارند. در این پژوهش، اثر اختلاف دمای بین ذره و گاز روی کیفیت احتراق ذرات مورد ارزیابی قرار گرفت. هم‌چنین در پژوهشی دیگر از بیدآبادی و رهبری [9] ، اثر اتلاف حرارتی و تغییر عدد لوئیس سوخت روی

کیفیت احتراق مورد بررسی قرار گرفت.

حقیری و بیدآبادی [10]، مدلی ریاضی را از انتشار شعله در بین ابرذرات ارگانیک ارائه دادند. در این مدل، اثر تشعشع حرارتی بر احتراق ابرذرات ارگانیک در اعداد لوئیس و دامکولر مختلف مورد ارزیابی قرار گرفت و سرعت انتشار شعله محاسبه گردید. به‌منظور دست‌یابی به این مدل‌سازی، مدلی چهار ناحیه‌ای از ساختار شعله ارائه گردید که شامل نواحی پیش‌گرم، تبخیر، شعله و پس از شعله می‌باشد [10]. نتایج کار برای ابرذرات لایکوپودیوم با قطر ۳۱ میکرون ارائه گردید.

در بحث مدل‌سازی احتراق جریان متقابل، دائو و همکاران [11] به مدل‌سازی اثر اتلاف حرارتی در احتراق جریان متقابل پیش‌مخلوط پرداختند. در مدل دوبعدی ارائه شده در این پژوهش، واکنش یک‌مرحله‌ای آرهینیوسی مد نظر قرار گرفت و اثرات اتلاف حرارتی و کرنش بر شعلهٔ پیش‌مخلوط تجزیه و تحلیل گردید. فرآیند فوق به دو روش تحلیلی و عددی صورت گرفت. در روش تحلیلی، انرژی فعال‌سازی با مقدار بالا و نرخ کرنش با مقداری پایین فرض شد و در مدل‌سازی عددی، انرژی فعال‌سازی با مقدار پایین فرض گردید. همچنین فرشادی [۱۲] به مدل‌سازی احتراق جریان متقابل ابرذرات پیش‌مخلوط ارگانیک پرداخت. در این پژوهش دو مدل سه‌ناحیه‌ای و چهارناحیه‌ای از احتراق جریان متقابل ابرذرات پیش‌مخلوط ارائه گردیدند. در مدل سه‌ناحیه‌ای، نواحی پیش‌گرم و تبخیر، شعله و پس از شعله به‌عنوان سه ناحیهٔ اصلی ساختار شعله مورد تحلیل قرار گرفتند و در مدل چهارناحیه‌ای نواحی پیش‌گرم، تبخیر، شعله و پس از شعله، چهار ناحیهٔ اصلی ساختار شعله را شامل می‌شدند. در این پژوهش، فرض شده است که ذرات لایکوپودیوم به‌عنوان ذرات ارگانیک به‌صورت یکنواخت در اکساینده توزیع شده‌اند و با تبخیرشان وارد واکنش احتراقی می‌شوند، به‌عبارتی دیگر از واکنش‌های سطحی صرف‌نظر شده است.

لینان [13] با تجزیه و تحلیل کیفیت اختلاط سوخت و اکساینده‌ای که از دو سوی جت‌های مقابل با هم به‌سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و هم‌چنین واکنش شیمیایی بین آن دو، به مدل‌سازی احتراق جریان متقابل نفوذی پرداخت. در این مطالعه، انرژی‌های فعال‌سازی با مقادیر بزرگ مفروض بودند و واکنش بازگشت‌ناپذیر یک‌مرحله‌ای آرهینیوس درنظر گرفته شد. حداکثر دمای شعله برحسب عدد دامکولر در رژیم‌های مختلف جریانی محاسبه گردید.

سشادری [14] ساختار مجانبی از شعلهٔ نفوذی جریان متقابل را در مقادیر بالای انرژی فعال‌سازی مورد ارزیابی قرار دارد و نتایج کار خود را برای نسبت‌های بسیار کوچک جرم سوخت به اکسیژن ارائه داد. در این مطالعه، حداکثر دمای شعله برحسب تغییرات اعداد لوئیس سوخت و اکساینده برای یک سوخت گازی مشخص با ساختار شیمیایی از پیش‌تعیین شده ارائه گردید و هم‌چنین، حد خاموشی شعله نیز مورد محاسبه قرار گرفت.

دورجتسکی و گرینبرگ [15] ساختار احتراق جریان متقابل را برای سوخت اسپری مورد ارزیابی قرار دادند. در این پژوهش، اثر تغییرات عدد لوئیس سوخت بر حداکثر دمای شعله برای یک سوخت اسپری با ویژگی‌های مشخص مورد ارزیابی قرار گرفت. ویچمن و یانگ [16] نیز به‌صورت تحلیل و عددی اقدام به مدل‌سازی شعلهٔ متشکل از سوخت و اکساینده اسپری در احتراق جریان متقابل نفوذی نمودند [15, 16].

دائو و همکاران [17] اثر اتلاف حرارتی را به‌صورت تحلیلی و عددی در احتراق جریان متقابل نفوذی مورد ارزیابی قرار دادند. در این مطالعه، اثر اتلاف حرارتی تحت یک مطالعهٔ مجانبی روی انتشار یک شعلهٔ سه‌گانه در یک ساختار جریان متقابل در چگالی ثابت مورد بررسی قرار گرفت. نتایجی تحلیلی از سرعت، نرخ سوزش، شکل و پیشانی شعله در نرخ‌های کوچک کرنش و انرژی فعال‌سازی بزرگ

برای اعداد لوئیس نزدیک به یک ارائه گردید. نتایج تحلیلی به‌دست آمده به‌همراه نتایج حاصل از مدل‌سازی عددی ساختار شعله در رژیم‌های با نرخ کرنش پایین برای اعداد لوئیس غیر یک به‌منظور مقایسهٔ نتایج حاصل ارائه گردیدند.

باتوجه به فعالیت‌های صورت گرفته در حوزهٔ مدل‌سازی احتراق جریان متقابل در یک ساختار نفوذی، در این پژوهش، برای اولین بار در سطح دنیا، مدل‌سازی احتراق جریان متقابل ابرذرات نفوذی مورد بررسی قرار گرفت. در مدل ارائه شده، فرض شده است که با تجزیهٔ حرارتی ابرذرات ارگانیک، سوخت گازی تشکیل می‌شود که این سوخت گازی وارد فرآیند واکنش با اکساینده می‌گردد. از آن‌جایی که سوخت و اکساینده از دو سوی مقابل یکدیگر به سمت صفحهٔ سکون حرکت می‌کنند، موقعیت شعله بسته به شرایط اولیهٔ سوخت و اکساینده، می‌تواند در طرفین صفحهٔ سکون قرار بگیرد. ناحیه‌ای حدی برای تبخیر ذرات در این پژوهش مفروض است، بدین صورت که ذرات در یک ناحیهٔ بسیار نازک حدی تبخیر می‌شوند و سوخت گازی که وارد فرآیند واکنش می‌شود را ایجاد می‌نمایند. معادلات بقای جرمی سوخت جامد، سوخت گاز، اکساینده و معادلهٔ بقای انرژی به‌صورت تحلیلی برای اعداد لوئیس غیرواحد حل گردیدند و دمای شعله برحسب تغییرات اعداد لوئیس سوخت و اکساینده ارائه شدند. هم‌چنین روند تغییر موقعیت شعله با تغییر اعداد لوئیس مورد ارزیابی قرار گرفت و پروفیل‌های دما و کسر جرمی سوخت و اکساینده رسم گردیدند.

معادلات حاکم بر مسئله

در این پژوهش ساختار جریان متقابل به‌صورتی درنظر گرفته شده است که ذرات ارگانیک از سمت ∞- به سمت صفحهٔ سکون حرکت می‌کنند و مسیر حرکتی جریان اکساینده که شامل جریان هوا می‌باشد، از ∞+ است. ذرات سوخت در ابتدا تبخیر می‌شوند تا یک سوخت گازی با ساختار شیمیایی معین را تولید کنند و در این بین از واکنش سطحی صرف‌نظر می‌شود. سپس، سوخت گازی وارد فرآیند احتراق با اکساینده می‌شود. محل تشکیل شعله بسته به شرایط اولیهٔ مسئله می‌تواند در سمت چپ و یا راست صفحهٔ سکون یعنی نزدیک به منبع اکساینده و یا سوخت باشد و با تغییر شرایط اولیه این موقعیت نیز جابه‌جا خواهد شد.

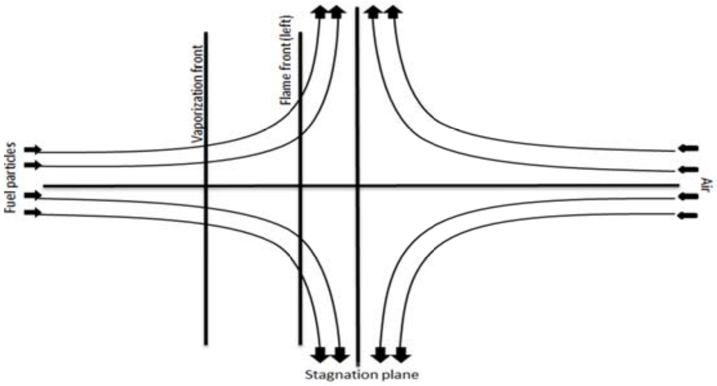
شکل (۱) طرحی از ساختار احتراق جریان متقابل نفوذی ذرات ارگانیک را در مدلی با ناحیهٔ نازک واکنش و تبخیر نشان می‌دهد. در این شکل ذرات سوخت در ناحیه‌ای حدی که پیشانی تبخیر نام دارد، به‌صورت ناگهانی تبخیر می‌شوند و پس از آن سوخت گازی تشکیل می‌شود. سوخت گازی مورد نظر با جریان اکساینده در ناحیه‌ای حدی که پیشانی شعله نام دارد، واکنش می‌دهد. محل تشکیل شعله می‌تواند در طرفین صفحهٔ سکون باشد و این به شرایط اولیهٔ مسئله برمی‌گردد. در نمای فوق، موقعیت شعله در سمت چپ صفحهٔ سکون نمایش داده شده است که می‌توان این موقعیت را در سمت راست صفحهٔ سکون نیز تصور نمود.

در احتراق ذرات ارگانیک، نرخ تبخیر به‌عنوان جرم سوخت گازی تولید شده در واحد حجم و واحد زمان، یک پارامتر مؤثر کنترل‌کنندهٔ فرآیند احتراق می‌باشد. در این پژوهش نرخ تبخیر از رابطهٔ زیر پیروی می‌کند [10].

$$\omega_v = \frac{Y_s}{\tau_{vap}} H(T - T_v) \qquad (۱)$$

که در معادلهٔ فوق، Y_s کسر جرمی ذرات، τ_{vap} زمان ثابت مشخصه تبخیر ذرات، H تابع هویساید، T دمای سوخت و T_v دمای آغاز تبخیر ذرات می‌باشند. تابع هویساید مطابق تعریف به‌صورت زیر می‌باشد:

$$H(n) = \begin{cases} 0, & @n < 0 \\ 1, & @n > 0 \end{cases}$$



شکل ۱ طرحی از ساختار احتراق جریان متقابل نفوذی

عامل دیگری که پدیدهٔ احتراق را کنترل می‌نماید، نسبت هدایت به نفوذ جرم است. این نسبت که عدد لوئیس نامیده می‌شود، به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$Le_i = \frac{\lambda}{\rho C D_i} \qquad (۲)$$

که در رابطهٔ فوق، λ ضریب هدایت حرارتی، ρ چگالی، C گرمای ویژه و D_i ضریب نفوذ جرمی سوخت گازی شکل و یا اکساینده می‌باشند. در این پژوهش اعداد لوئیس سوخت و اکساینده غیرواحد فرض شدند و اثر تغییرات آن بر شعله مورد ارزیابی قرار گرفته است.

سینتیک شیمیایی به‌صورت یک واکنش کلی تک‌مرحله‌ای درنظر گرفته شده است:

$$v_F[F] + v_O[O] \rightarrow v_{product}[P] \qquad (۳)$$

که نمادهای [F]، [O] و [P] به‌ترتیب معرف سوخت، اکساینده و محصولات می‌باشند. کمیت‌های v_F، v_O و $v_{product}$ نیز به‌ترتیب بیانگر ضرایب استوکیومتری سوخت، اکساینده و محصولات می‌باشند.

میدان سرعت به شکل زیر درنظر گرفته می‌شود:

$$(u, v) = (-aX, aY) \qquad (٤)$$

که u و v سرعت را در جهات X و Y نمایش می‌دهند و a به‌عنوان گرادیان سرعت در نقطهٔ سکون می‌باشد که نمایان‌گر نرخ کرنش نیز می‌باشد [14]. در صورتی که نرخ کرنش کوچک باشد، مسئله را می‌توان به‌صورت یک‌بعدی فرض نمود و تنها در جهت x درنظر گرفت.

برای سادگی فرض می‌شود که جریان اکساینده و سوخت دارای سرعت یکسان می‌باشند، مقادیر مربوط به چگالی، گرمای ویژه و سایر ضرایب انتقالی ثابت فرض می‌شوند [14].

معادلهٔ بقای جرم سوخت فاز گازی حاصل از تبخیر ذرات ریز ارگانیک:

$$-aX\frac{dY_F}{dX} = D_F\frac{d^2Y_F}{dX^2} - \frac{\omega_F}{\rho} + \omega_v \qquad (۵)$$

در معادلهٔ فوق، D_F ضریب نفوذ جرمی سوخت، Y_F کسر جرمی سوخت در فاز گازی و ω_F نرخ واکنش شیمیایی می‌باشد که از قانون آرهینیوس پیروی می‌کند و نسبت به سوخت و اکساینده در مرتبهٔ اول می‌باشد و به‌صورت زیر تعریف می‌شود [13, 18]:

$$\omega_F = B\rho^2 v_F v_O \overline{Y_F Y_O} \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \qquad (٦)$$

در رابطهٔ فوق B یک ضریب ثابت فرکانسی

می‌باشد و تعریف $\overline{Y_F}$ و $\overline{Y_O}$ به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\overline{Y_F} = Y_F \frac{m}{v_F m_F} \tag{۷}$$

$$\overline{Y_O} = Y_O \frac{m}{v_O m_O} \tag{۸}$$

که در رابطهٔ فوق Y_F و Y_O به‌ترتیب نشانگر کسر جرمی سوخت و اکساینده می‌باشند، m_f و m_O وزن مولکولی سوخت و اکسیژن را نمایش می‌دهند و m نشانگر وزن مولکولی مخلوط می‌باشد.

معادلهٔ بقای کسر جرمی ذرات سوخت جامد. با توجه به اینکه فرض شد ذرات جامد واکنش نمی‌دهند، معادلهٔ بقای جرم ذرات سوخت جامد به‌صورت زیر در می‌آید:

$$-aX\frac{dY_s}{dX} = -\omega_v \tag{۹}$$

که در رابطهٔ فوق Y_s کسر جرمی ذرات ریز جامد می‌باشد. هم‌چنین ω_v نرخ تبخیر می‌باشد که در رابطهٔ (۱) تعریف شده است.

- معادلهٔ بقای انرژی مخلوط:

$$-aX\frac{dT}{dX} = D_T\frac{d^2T}{dX^2} + \frac{\omega_F . Q}{\rho C} - \frac{\omega_v . Q_v}{C} \tag{۱۰}$$

در رابطهٔ فوق Q گرمای آزاد شده در واحد جرم سوخت مصرفی، Q_v گرمای نهان تبخیر ذرات، $D_T = \frac{\lambda}{\rho C}$ ضریب نفوذ حرارتی و C ظرفیت حرارتی مخلوط می‌باشد که از ترکیب ظرفیت حرارتی فاز گازی (C_a) و ظرفیت حرارتی ذرهٔ جامد (C_p) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$C = C_a + \frac{4\pi r^3 C_p \rho_p n_p}{3\rho} \tag{۱۱}$$

در رابطهٔ فوق ρ_p چگالی ذره جامد و n_p تعداد ذرات در واحد حجم می‌باشند. از طرفی $\rho = \rho_a + \frac{4}{3}\pi {r_p}^3 n_p \rho_p$؛

- معادلهٔ بقای جرم اکساینده:

$$-aX\frac{dY_O}{dX} = D_O\frac{d^2Y_O}{dX^2} - \vartheta\frac{\omega_F}{\rho} \tag{۱۲}$$

در معادلهٔ فوق، D_O ضریب نفوذ جرمی اکساینده، Y_O کسر جرمی اکساینده و ϑ نسبت جرمی استوکیومتریک اکسیژن به سوخت می‌باشد.

بی‌بعدسازی معادلات. متغیرهایی که به‌منظور بی‌بعدسازی معادلات فوق، تعیین گردیده‌اند به شکل زیر می‌باشند:

$$\theta = \frac{C(T-T_\infty)}{QY_{F\,F\,-\infty}} \quad y_F = \frac{Y_F}{Y_{F\,-\infty}} \quad y_o = \frac{Y_O}{\vartheta Y_{F\,-\infty}}$$
$$y_s = \frac{Y_s}{Y_{F\,-\infty}} \quad x = \frac{X}{\sqrt{\frac{\lambda}{\rho Ca}}} \tag{۱۳}$$

با اعمال تغییر متغیرهای فوق در روابط (۵، ۹، ۱۰ و ۱۲) و استفاده از تعاریفی که برای نرخ واکنش شیمیایی (٦)، نرخ تبخیر (۱) و عدد لوئیس (۲) بیان شد، مطابق با [14, 16] خواهیم داشت:

- معادلهٔ بقای جرم سوخت فاز گازی حاصل از تبخیر ذرات ریز ارگانیک:

$$\frac{1}{Le_F}\frac{d^2y_F}{dx^2} + x\frac{dy_F}{dx} + \frac{y_s}{a\tau_{vap}}H(T-T_v) = D_c y_F y_o \exp(-\frac{T_a}{T}) \tag{١٤}$$

- معادلهٔ بقای جرم ذرات سوخت جامد:

$$x\frac{dy_s}{dx} = \frac{y_s}{a\tau_{vap}}H(T-T_v) \tag{۱۵}$$

- معادلهٔ بقای جرمی اکساینده:

$$x\frac{dy_O}{dx}+\frac{1}{Le_O}\frac{d^2y_O}{dx^2} = D_c y_F y_o \exp(-\frac{T_a}{T}) \quad (۱۶)$$

- معادلهٔ بقای انرژی مخلوط:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2}+x\frac{d\theta}{dx}-\frac{q}{a\tau_{vap}}y_s H(T-T_v) = -D_C y_F y_o \exp(-\frac{T_a}{T}) \quad (۱۷)$$

در رابطهٔ فوق $q=\frac{Q_v}{Q}$ می‌باشد. هم‌چنین D_C مطابق با تعریف [14] به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$D_C = \rho B \vartheta_O Y_{F-\infty}/m_F a \quad (۱۸)$$

که در رابطهٔ فوق ϑ_O تعداد مول‌هایی از اکسیژن است که در شرایط استوکیومتریک با یک مول از سوخت واکنش می‌دهند و m_F وزن مولکولی سوخت می‌باشد.

تعیین شرایط مرزی. برای حل معادلات، لازم است تا نواحی مختلف با شرایط مرزی مختلف مشخص شوند. برای این کار، تقسیم‌بندی زیر برای نواحی مختلف درنظر گرفته می‌شوند:

ناحیهٔ پیش‌گرم: $R_1: -\infty < \boldsymbol{x} \le \boldsymbol{x_v}$

ناحیهٔ پس از تبخیر: $R_2: \boldsymbol{x_v} \le \boldsymbol{x} \le \boldsymbol{x_f}$

ناحیهٔ اکساینده: $R_3: \boldsymbol{x_f} \le \boldsymbol{x} < \infty$

$\boldsymbol{x_v}$ نشانگر موقعیت تشکیل ناحیهٔ نازک حدی تبخیر می‌باشد و $\boldsymbol{x_f}$ موقعیت تشکیل شعله را نشان می‌دهد. در نواحی فوق از عبارت‌های واکنش و تبخیر در مقابل نفوذ و جابه‌جایی صرف‌نظر می‌شود. تبخیر محدود به ناحیهٔ نازک در موقعیت $\boldsymbol{x_v}$ می‌باشد و عبارت واکنش نیز محدود به ناحیه‌ای نازک در موقعیت $\boldsymbol{x_f}$ می‌باشد.

تبخیر ذرات سوخت جامد به‌گونه‌ای فرض می‌شود که در یک ناحیهٔ بسیار نازک حدی، جایی که به دمای تبخیر ذرات می‌رسد رخ دهد. بنابراین، در رابطه با کیفیت حضور ذرات جامد، می‌توان فرض زیر را درنظر گرفت، بدین معنی که پیش از شروع ناحیهٔ تبخیر، ذرات جامد در محیط موجود می‌باشند، ولی پس از آن هیچ‌گونه ذرهٔ جامدی در محیط وجود ندارد:

$$-\infty < \boldsymbol{x} \le \boldsymbol{x_v}: \quad y_s = 1$$
$$\boldsymbol{x_v} \le \boldsymbol{x} < \infty: \quad y_s = 0 \quad (۱۹)$$

با توجه به توضیحات عنوان‌شده و نواحی مختلفی که برای حل مسئله درنظر گرفته شده‌اند، شرایط مرزی به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$y_F = 0, y_O = 0, y_s = \mathbf{1}, \theta = 0 \ @ \ \boldsymbol{x} \to -\infty \quad (۲۰)$$

$$y_F = 0, y_O = \alpha, \ y_s = 0, \ \theta = 0 \ @ \ \boldsymbol{x} \to +\infty \quad (۲۱)$$

$$[y_F] = [y_O] = [\theta] = 0$$
$$-\frac{q}{Le_F}\left[\frac{dy_F}{dx}\right] = \left[\frac{d\theta}{dx}\right] = qx_v \ , \ \left[\frac{dy_O}{dx}\right] = 0$$
$$@ \ \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x_v} \quad (۲۲)$$

α در رابطهٔ (۲۱) که به‌عنوان کسر جرمی اولیهٔ اکساینده درنظر گرفته می‌شود، به‌صورت زیر تعریف می‌شود [14]:

$$\alpha = \frac{Y_{O,\infty}}{\vartheta Y_{F-\infty}} \quad (۲۳)$$

هم‌چنین [] در رابطهٔ (۲۱) نشانگر پیوستگی عبارت درون آن، در نقطهٔ مورد نظر می‌باشد.

با فرض ناحیه‌ای حدی برای تبخیر و صرف‌نظر از عبارت‌های واکنش و جابه‌جایی در مقابل عبارت‌های تبخیر و نفوذ، از معادلات (۱٤، ۱٦ و ۱۷) خواهیم داشت:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{q}{a\tau_{vap}} y_s H(T - T_v) = 0 \quad (۲٤)$$

$$\frac{1}{Le_F}\frac{d^2y_F}{dx^2} + \frac{1}{a\tau_{vap}} y_s H(T - T_v) = 0 \quad (۲۵)$$

$$\frac{1}{Le_O}\frac{d^2y_O}{dx^2} = 0 \quad (۲٦)$$

با انتگرال‌گیری از روابط فوق در حد فاصل x_v^+ و x_v^-، همچنین فرض مقدار $a\tau_{vap} = 1$ خواهیم داشت:

$$-\frac{q}{Le_F}\left[\frac{dy_F}{dx}\right] = \left[\frac{d\theta}{dx}\right] = qx_v, \left[\frac{dy_O}{dx}\right] = 0 \quad (۲۷)$$

معادلهٔ فوق، در واقع نشان‌دهندهٔ شرط جهشی است که در بخشی از رابطهٔ (۲۲) عنوان شده است.

در ناحیهٔ تشکیل شعله و محل x_f نیز با توجه به فرض حدی بودن ناحیهٔ شعله، شرط پرشی مطرح می‌شود که روند استخراج آن از معادلات (۱٤، ۱٦ و ۱۷) به‌صورت زیر می‌باشد، بدین صورت که از عبارت‌های جابه‌جایی و تبخیر در مقابل نفوذ و واکنش صرف‌نظر می‌شود:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} = -D_C y_F y_o \exp(-\frac{T_a}{T}) \quad (۲۸)$$

$$\frac{1}{Le_F}\frac{d^2y_F}{dx^2} = D_c y_F y_o \exp(-\frac{T_a}{T}) \quad (۲۹)$$

با جمع کردن دو معادلهٔ فوق با یکدیگر داریم:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{1}{Le_F}\frac{d^2y_F}{dx^2} = 0 \quad (۳۰)$$

با انجام اعمالی مشابه برای رابطهٔ (۱٦) و با انتگرال‌گیری از رابطهٔ فوق در حد فاصل x_f^+ و x_f^- به‌عنوان شرط پرشی داریم:

$$\left[\frac{1}{Le_F}\frac{dy_F}{dx}\right] = \left[\frac{1}{Le_O}\frac{dy_O}{dx}\right] = -\left[\frac{d\theta}{dx}\right] \quad (۳۱)$$

بنابراین می‌توان شروط مرزی در x_f را به‌صورت زیر درنظر گرفت:

$$\left[\frac{1}{Le_F}\frac{dy_F}{dx}\right] = \left[\frac{1}{Le_O}\frac{dy_O}{dx}\right] = -\left[\frac{d\theta}{dx}\right], \quad [y_F] = [y_O] = [\theta] = 0 \quad @\, x = x_f \quad (۳۲)$$

برای حل معادلات بقای کسر جرمی و انرژی در نواحی مختلف، متغیرهای Z_i و Z که F یا $i = O$ به‌صورت زیر تعریف می‌شوند و برای تغییر فرم روابط براساس متغیرهای فوق، اقدام می‌شود [14]:

$$\frac{d^2Z}{dx^2} + x\frac{dZ}{dx} = 0 \quad (۳۳)$$

$$\frac{1}{Le_i}\frac{d^2Z_i}{dx^2} + x\frac{dZ_i}{dx} = 0 \quad (۳۴)$$

با توجه به این‌که معادلات فوق باید شرایط مرزی زیر را تأمین نمایند:

$$x \to -\infty \quad @\, Z = Z_i = 1 \quad (۳۵)$$

$$x \to +\infty \quad @\, Z = Z_i = 0 \quad (۳۶)$$

جواب‌های معادلات کمکی فوق به‌صورت زیر در می‌آیند:

$$Z = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}(x/\sqrt{2}) \quad (۳۷)$$

$$Z_i = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}(x\sqrt{\frac{Le_i}{2}}) \quad (۳۸)$$

حال با استفاده از معادلات کمکی فوق، معادلات اصلی را در قالب جدید بازنویسی می‌نماییم. توجه به این نکته ضروری است که در نواحی سه‌گانهٔ R_1، R_2 و R_3 از اثر عبارت‌های واکنش و تبخیر درمقایسه با عبارت‌های جابه‌جایی و نفوذی صرف‌نظر می‌شود. با فرض فوق، از رابطهٔ (۱۷) به‌صورت زیر خواهیم داشت:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + x\frac{d\theta}{dx} = 0 \quad (۳۹)$$

با استفاده از تغییر متغیرهای زیر:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{d\theta}{dZ}\frac{dZ}{dx} \quad (۴۰)$$

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{d\theta}{dx}\right) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d\theta}{dZ}\frac{dZ}{dx}\right) = \frac{d\theta}{dZ}\frac{d^2Z}{dx^2} + \frac{d^2\theta}{dZ^2}(\frac{dZ}{dx})^2 \quad (۴۱)$$

می‌توان رابطهٔ (۳۹) را به‌صورت زیر نوشت:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + x\frac{d\theta}{dx} = \frac{d\theta}{dZ}\frac{d^2Z}{dx^2} + \frac{d^2\theta}{dZ^2}\left(\frac{dZ}{dx}\right)^2$$
$$+x\frac{d\theta}{dZ}\frac{dZ}{dx} = \frac{d^2\theta}{dZ^2}(\frac{dZ}{dx})^2 \quad (۴۲)$$
$$+\frac{d\theta}{dZ}\left(\frac{d^2Z}{dx^2} + x\frac{dZ}{dx}\right) = \frac{d^2\theta}{dZ^2}(\frac{dZ}{dx})^2$$

هم‌چنین با صرف‌نظر از عبارت‌های واکنش و تبخیر در نواحی سه‌گانه، می‌توان رابطهٔ (۱٤) را به‌صورت زیر نوشت:

$$\frac{1}{Le_F}\frac{d^2y_F}{dx^2} + x\frac{dy_F}{dx} = 0 \quad (۴۳)$$

با استفاده از تغییر متغیرهای زیر:

$$\frac{dy_F}{dx} = \frac{dy_F}{dZ_F}\frac{dZ_F}{dx} \quad (۴۴)$$

$$\frac{d^2y_F}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy_F}{dx}\right) = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy_F}{dZ_F}\frac{dZ_F}{dx}\right) = \frac{dy_F}{dZ_F}\frac{d^2Z_F}{dx^2} + \frac{d^2y_F}{dZ_F{}^2}(\frac{dZ_F}{dx})^2 \quad (۴۵)$$

معادلهٔ (٤٣) را می‌توان به‌صورت زیر تغییر داد:

$$\frac{1}{Le_F}\frac{d^2y_F}{dx^2} + x\frac{dy_F}{dx}$$
$$= \frac{1}{Le_F}\left[\frac{dy_F}{dZ_F}\frac{d^2Z_F}{dx^2} + \frac{d^2y_F}{dZ_F{}^2}\left(\frac{dZ_F}{dx}\right)^2\right]$$
$$+x\frac{dy_F}{dZ_F}\frac{dZ_F}{dx} = \frac{dy_F}{dZ_F}\left[\frac{1}{Le_F}\frac{d^2Z_F}{dx^2} + x\frac{dZ_F}{dx}\right] +$$
$$\frac{1}{Le_F}\frac{d^2y_F}{dZ_F{}^2}\left(\frac{dZ_F}{dx}\right)^2 = \frac{1}{Le_F}\frac{d^2y_F}{dZ_F{}^2}\left(\frac{dZ_F}{dx}\right)^2$$

(٤٦)

بازنویسی معادلهٔ مربوط به اکساینده نیز مشابه معادلهٔ فوق برای سوخت می‌باشد. بدین ترتیب، معادلات بقای مربوط به سوخت گازی، انرژی و اکساینده در سه ناحیه که از اثرات تبخیر و واکنش در مقابل نفوذ و جابه‌جایی صرف نظر شده است به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{d^2\theta}{dZ^2}(\frac{dZ}{dx})^2 = 0 \quad (٤٧)$$

$$\frac{1}{Le_F}\frac{d^2y_F}{dZ_F{}^2}\left(\frac{dZ_F}{dx}\right)^2 = 0 \quad (٤٨)$$

$$\frac{1}{Le_O}\frac{d^2y_O}{dZ_F{}^2}\left(\frac{dZ_O}{dx}\right)^2=0 \quad (۴۹)$$

با توجه به تغییر متغیرهای فوق، شرایط مرزی از معادلات (۲۰ و ۲۱) در قالب جدید به‌صورت زیر تغییر می‌یابند:

$$y_F=0\ ,\ \theta=0\ ,\quad y_O=\alpha\ @\ Z=Z_i=0 \quad (۵۰)$$

$$y_F=0\ ,\quad \theta=0\ ,\ y_O=0\quad @\ Z=Z_i=1 \quad (۵۱)$$

با توجه به مشتق‌گیری از معادلات (۳۷ و ۳۸)، عبارت‌های $(\frac{dZ}{dx})^2$ و $(\frac{dZ_i}{dx})^2$ که در روابط (۴۹-۴۷) تعریف شده‌اند، به‌صورت زیر برحسب x به‌دست می‌آیند:

$$(\frac{dZ}{dx})^2=\frac{1}{2\pi}(e^{-\frac{1}{2}x^2})^2 \quad (۵۲)$$

$$(\frac{dZ_i}{dx})^2=\frac{Le_i}{2\pi}(e^{-\frac{1}{2}x^2Le_i})^2 \quad (۵۳)$$

با جای‌گذاری روابط (۵۲ و ۵۳) در روابط (۴۹-۴۷) خواهیم داشت:

$$\frac{d^2\theta}{dZ^2}=0 \quad (۵۴)$$

$$\frac{1}{Le_F}\frac{d^2y_F}{dZ_F{}^2}=0 \quad (۵۵)$$

$$\frac{1}{Le_O}\frac{d^2y_O}{dZ_O{}^2}=0 \quad (۵۶)$$

حل معادلات حاکم. اکنون لازم است با توجه به تعیین نواحی سه‌گانه و شرایط مرزی مربوط به هر یک از این نواحی، با استفاده از معادلات (۵۶-۵۴)، معادلات مربوط به بقای انرژی، بقای کسر جرمی سوخت گازی و بقای کسر جرمی اکساینده، در هر یک از این نواحی مورد تحلیل قرار گیرند:

معادلات دما در نواحی مختلف

- **ناحیهٔ $Z_f \le Z \le 0$ یا $x_f \le x < \infty$**

در ناحیهٔ اکساینده با استفاده از معادلهٔ (۵٤) و شرط مرزی (۵۰) داریم:

$$\theta=AZ+B\ ,\qquad Z=0:\theta=0\ ,Z=Z_f:\theta=\theta_f \quad (۵۷)$$

با اعمال شروط مرزی فوق:

$$\theta=(\frac{\theta_f}{Z_f})Z \quad (۵۸)$$

- **در ناحیهٔ $Z_f \le Z \le Z_v$ یا $x_v \le x \le x_f$**

در ناحیهٔ مربوط به پس از تبخیر با استفاده از معادلهٔ (۵٤) داریم:

$$\theta=AZ+B\quad ,\ Z=Z_v\ :\ \theta=\theta_v\quad ,\ Z=Z_f\ :\ \theta=\theta_f \quad (۵۹)$$

با اعمال شرایط مرزی فوق در معادله داریم:

$$\theta=\frac{\theta_f-\theta_v}{Z_f-Z_v}Z+\frac{\theta_vZ_f-\theta_fZ_v}{Z_f-Z_v} \quad (٦۰)$$

- **در ناحیهٔ $Z_v \le Z \le 1$ یا $-\infty \le x \le x_v$**

در ناحیهٔ پیش‌گرم با استفاده از معادلهٔ (٥٦) و شرط مرزی (۵۱) داریم:

$$\theta = AZ + B \quad , \quad Z = Z_v \;:\; \theta = \theta_v \quad , \quad Z = 1 \;:\; \theta = 0 \qquad (٦١)$$

با اعمال شرایط مرزی در معادلهٔ فوق داریم:

$$\theta = \frac{\theta_v}{Z_v - 1} Z - \frac{\theta_v}{Z_v - 1} \qquad (٦٢)$$

معادلات بقای جرمی اکساینده در نواحی مختلف

- **در ناحیهٔ $0 \le Z_O \le Z_{Of}$ یا $x_f \le x \le \infty$**

با استفاده از معادلهٔ (٥٦) و شرط مرزی (٥٠) داریم:

$$y_O = AZ_O + B \quad , \quad Z_O = 0 \;:\; y_O = \alpha \quad , \quad Z_O = Z_{Of} \;:\; y_O = 0 \qquad (٦٣)$$

با اعمال شرایط مرزی در معادلهٔ فوق داریم:

$$y_O = \alpha\left(1 - \frac{Z_O}{Z_{Of}}\right) \qquad (٦٤)$$

در ناحیهٔ $Z_{Of} \le Z_O \le 1$ یا $-\infty < x \le x_f$

$$y_O = 0 \qquad (٦٥)$$

معادلات بقای جرمی سوخت در نواحی مختلف

در ناحیهٔ $0 \le Z_F \le Z_{Ff}$ یا $x_f \le x < \infty$

$$y_F = 0 \qquad (٦٦)$$

- **در ناحیهٔ $Z_{Ff} \le Z_F \le Z_{Fv}$ یا $x_v \le x \le x_f$**

با استفاده از رابطهٔ (٥٥) و تعیین شرایط مرزی داریم:

$$y_F = AZ_F + B \quad , \quad Z_F = Z_{Ff} \;:\; y_F = 0 \quad , \quad Z_F = Z_{Fv} \;:\; y_F = y_{Fv} \qquad (٦٧)$$

با اعمال شرایط مرزی در رابطهٔ فوق داریم:

$$y_F = \frac{y_{Fv}}{Z_{Fv} - Z_{Ff}} Z_F - \frac{y_{Fv} Z_{Ff}}{Z_{Fv} - Z_{Ff}} \qquad (٦٨)$$

- **در ناحیهٔ $Z_{Fv} \le Z_F \le 1$ یا $-\infty \le x \le x_v$**

با استفاده از معادلهٔ (٥٥) و شرایط مرزی داریم:

$$y_F = AZ_F + B \,,\; Z_F = Z_{Fv} \;:\; y_F = y_{Fv} \quad , \quad Z_F = 1 \;:\; y_F = 0 \qquad (٦٩)$$

با اعمال شرایط مرزی در رابطهٔ فوق، داریم:

$$y_F = \frac{y_{Fv}}{Z_{Fv} - 1} Z_F - \frac{y_{Fv}}{Z_{Fv} - 1} \qquad (٧٠)$$

در معادلات (٥٨، ٦٠، ٦٢، ٦٤، ٦٥، ٦٦، ٦٨ و ٧٠)، ٧ مجهول داریم که عبارتند از: y_{Fv}، Z_{Fv}، Z_{Ff} و Z_{Of} و Z_v و Z_f و θ_f. لازم به ذکر است که θ_v به‌عنوان مقداری مشخص فرض می‌شود.

٧ مجهول فوق خود به‌صورت کلی تابعی از ٤ مجهول θ_f، x_f، x_v و y_{Fv} می‌باشند.

برای یافتن ٤ مجهول فوق نیاز به تعریف ٤ شرط مرزی داریم که از شرط‌های پرش مربوط به تبخیر و واکنش یعنی معادلات (٢٧ و ٣٢) حاصل می‌شوند.

از طرفی داریم [14,19]:

$$Z_i = \frac{0.174}{t_i}\left(1 - \frac{0.276}{t_i} + \frac{2.15}{{t_i}^2}\right)\exp\left(-\frac{x^2 Le_i}{2}\right) \quad 0 < x < \infty \qquad (٧١)$$

$$\frac{Z_i}{Z}=\frac{1}{\sqrt{Le_iF_i}}\exp[x^2\frac{1-Le_i}{2}] \tag{۷۲}$$

$$F_i\equiv F_i(x,Le_i)=\frac{t_i}{t\sqrt{Le_i}}\frac{1-\frac{0.276}{t}+\frac{2.15}{t^2}}{1-\frac{0.276}{t_i}+\frac{2.15}{{t_i}^2}} \tag{۷۳}$$

$$t_i=1+0.33333x\sqrt{Le_i} \tag{۷٤}$$

$$t=1+0.33333x \tag{۷۵}$$

استفاده از شرط پرش در محل تشکیل شعله x_f با استفاده از رابطهٔ (۳۲) می‌توان روابط زیر را به‌عنوان دو معادلهٔ استخراجی از شرایط پرشی نمایش داد:

$$F_{Ff}\frac{y_{Fv}}{Z_{Fv}-Z_{Ff}}\frac{Z_{Ff}}{Z_f}=\frac{\theta_vZ_f-\theta_fZ_v}{Z_f(Z_f-Z_v)} \tag{۷٦}$$

$$\theta_f=\frac{1}{Z_v}[F_{Of}\alpha(Z_v-Z_f)+\theta_vZ_f] \tag{۷۷}$$

با ترکیب دو رابطهٔ (۷٦ و ۷۷) خواهیم داشت:

$$Z_{Ff}=\frac{F_{Of}\alpha Z_{Fv}}{(F_{Ff}y_{Fv}+F_{Of}\alpha)} \tag{۷۸}$$

استفاده از شرط پرش در محل تبخیر سوخت x_v بااستفاده از رابطهٔ (۲۷) خواهیم داشت:

$$-F_{Fv}[\frac{y_{Fv}[Z_{Fv}-Z_{Ff}]-y_{Fv}(Z_{Fv}-1)}{Z_{Fv}-Z_{Ff}-1+\frac{Z_{Ff}}{Z_{Fv}}}]=\frac{x_vZ_v}{(\frac{dZ}{dx})_{x_v}}$$

$$[\frac{(\theta_v-\theta_{-\infty})(Z_v-Z_f)-(\theta_v-\theta_f)(Z_v-1))}{Z_v-Z_f-1+\frac{Z_f}{Z_v}}]=\frac{qx_vZ_v}{(\frac{dZ}{dx})_{x_v}}$$

با حل معادلات (۷۷، ۷۸، ۷۹ و ۸۰) چهار مجهول به‌دست می‌آیند و معادلات به‌صورت کامل حل می‌شوند. جایگزینی مجهولات فوق در معادلات مربوط به کسر جرمی سوخت و اکساینده در نواحی مختلف و هم‌چنین معادلات مربوط به دما در نواحی سه‌گانه، منجر به تکمیل معادلات و رسم پروفیل‌های مختلف دمایی و کسر جرمی می‌شود.

یادآور می‌شود که برای حل معادلات چهارگانهٔ فوق، لازم است تا همه مجهولات برحسب x نوشته شوند. برای حل معادلات فوق به‌صورت هم‌زمان باید از روش‌های عددی استفاده نمود. بدین منظور از روش‌های موجود حل عددی برای حل دستگاه معادلات غیرخطی استفاده شده است [20].

نتایج

برای رسم نتایج حاصل شده از این مدل، سوخت ارگانیک مورد استفاده ذرهٔ لایکوپودیوم درنظر گرفته می‌شود و مقادیر کمیت‌های به‌کار رفته در معادلات بقا از پژوهش‌های انجام شده توسط راکول، سشادری و پروست استخراج می‌شود [6, 14, 21]. لازم به ذکر است که این ذرات از جنس مواد ارگانیک می‌باشند که در اثر حرارت دیدن، گازهای قابل اشتعال از خود خارج می‌کنند. پودر لایکوپودیوم از هاگ‌های پر خز گیاه کلاب ماس (گیاه کبریت) تولید می‌شود. این ماده در گذشته در اوایل دورهٔ عکاسی به‌عنوان مادهٔ انفجاری بی‌خطر در فلش‌های عکاسی مورد استفاده قرار می‌گرفته است و در حالت ساکن و به‌صورت کپه‌ای به‌خوبی مشتعل نمی‌شود و نیازمند سطح تماس بالا با اکسیدکننده دارد. بنابراین برای داشتن یک شعلهٔ مناسب، بهتر است این ذرات از طریق یک افشانه در مقابل شعله پاشیده شوند و یا در یک محفظه با ایجاد جریان پایای هوا، ابری از ذرات لایکوپودیوم را در هوا ایجاد کرده و سپس با ایجاد جرقه، احتراق در کل محفظه ممکن خواهد شد.

جدول ۱ لیستی از ثابت‌های به‌کار رفته در حل مسئله

ρ_p	$1000\ \frac{kg}{m^3}$
ρ_a	$1.164\ \frac{kg}{m^3}$
C_p	$5.677688\ \frac{kJ}{kg.K}$
C_a	$1.00416\ \frac{kJ}{kg.K}$
Q	$64895.4\ \frac{kJ}{kg}$

هم‌چنین، مطابق با کارهای سشادری [14] و راکول [21]، سوخت گازی خارج شده از ذرات جامد، متان فرض شده است:

$$CH_4 + 2(O_2 + 3.76N_2) \rightarrow CO_2 + 2H_2O + 7.52N_2 \quad (۸۱)$$

برای مخلوط قابل احتراق ذرات سوخت و هوا که در آن از تبخیر ذرات سوخت گاز متان تولید می‌شود، نسبت تعادل سوخت موجود در ذرات ϕ_u از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید [21]:

$$\phi_u = \frac{17.18 Y_{F-\infty}}{1 - Y_{F-\infty}} \quad (۸۲)$$

که $Y_{F-\infty}$ برحسب تعداد ذرات موجود n_p و شعاع آن r_p به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

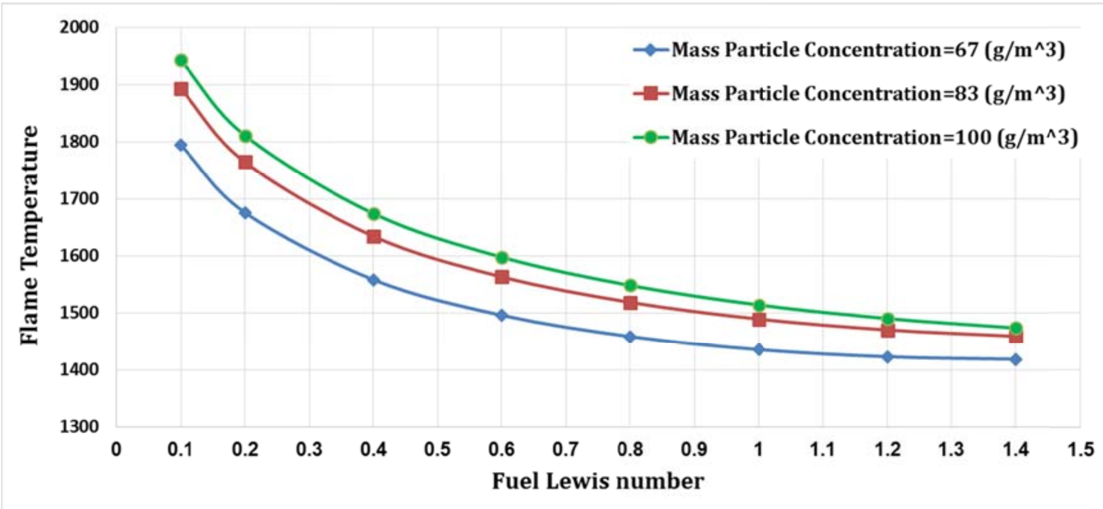
$$Y_{F-\infty} = \frac{\frac{4}{3}\pi {r_p}^3 n_p \rho_p}{\rho} \quad (۸۳)$$

همان‌طور که در شکل (۲) نمایش داده شده است، دمای شعله برحسب تغییرات عدد لوئیس سوخت برای سه غلظت جرمی مختلف از ذره رسم شده است. مقدار عدد لوئیس اکساینده برابر با ۱ فرض شده است. طبق تعریف، عدد لوئیس معادل با نسبت نفوذ حرارتی به نفوذ جرم می‌باشد و افزایش عدد لوئیس سوخت معادل با کاهش ذخیرهٔ کسر جرمی سوخت می‌باشد که دمای شعله را کاهش می‌دهد. بنابراین با افزایش عدد لوئیس از ۰/۱ تا ۱/٤، دمای سوخت به‌تدریج از ۱۹٤۳ درجهٔ کلوین در عدد لوئیس سوخت ۰/۱ به ۱٤۷۳ درجهٔ کلوین در عدد لوئیس سوخت ۱/٤ برای لایکوپودیوم با غلظت جرمی ذره ۱۰۰ $\frac{gr}{m^3}$ می‌رسد. هم‌چنین افزایش غلظت جرمی ذره از ٦۷ $\frac{gr}{m^3}$ به ۱۰۰ $\frac{gr}{m^3}$ منجر به افزایش دمای شعله می‌شود. برای رسم این نمودار، دمای تبخیر ذرات سوخت مورد نیاز است. دمای تبخیر مورد نیاز از نتایج کارهای پروست استخراج گردید و برای تعیین دمای تبخیر، مقداری برای θ_v از کار پروست [6] فرض گردید. مقادیر ارائه شده از دمای شعله توسط پروست برای غلظت‌های جرمی مختلفی از ذرات با قطر ۳۱ میکرومتری ارائه گردید که در این‌جا برای سه مقدار مختلف از دماهای تبخیر استحصالی از کار پروست در سه نسبت هم‌ارزی مختلف، دمای شعله استخراج گردید. مطابق با کار پروست نیز، با افزایش غلظت جرمی ذره، دمای شعله افزایش می‌یابد. در غلظت‌های جرمی ذره که در محدودهٔ نسبت‌های هم‌ارزی کمتر از یک و یا نزدیک به آن قرار دارند، افزایش غلظت جرمی ذره، منجر به در دسترس بودن سوخت بیشتری در معرض اکساینده می شود که در این محدوده نسبت هم ارزی، میزان بالاتری از سوخت را محترق می سازد. با افزایش میزان سوخت محترق شده در اکساینده، دمای شعلهٔ حاصل نیز افزایش می‌یابد.

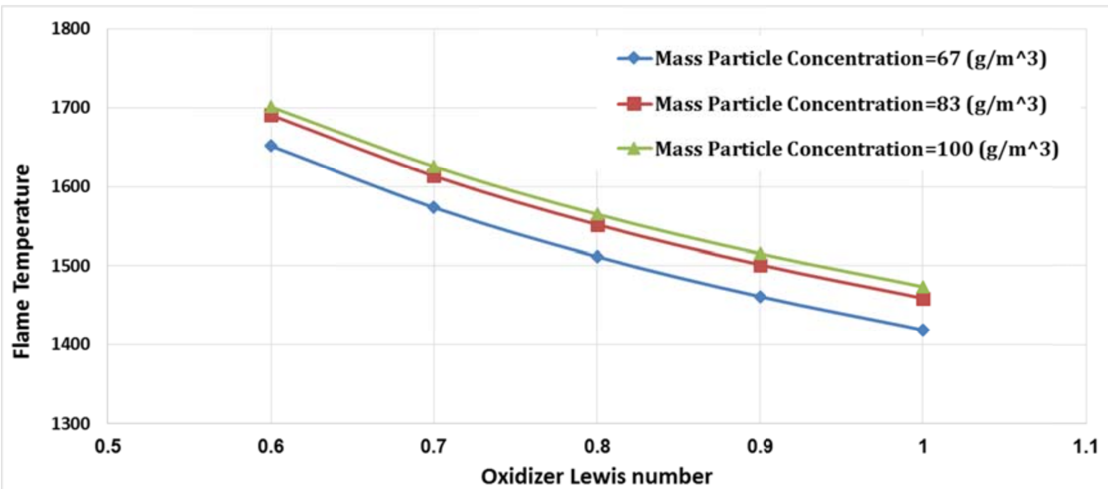
شکل‌های (۳ و ٤) به‌ترتیب تغییرات دمای شعله و تغییر موقعیت تشکیل شعله را براساس تغییرات مقدار لوئیس اکساینده در غلظت‌های جرمی مختلف ذره

نشان می‌دهند.

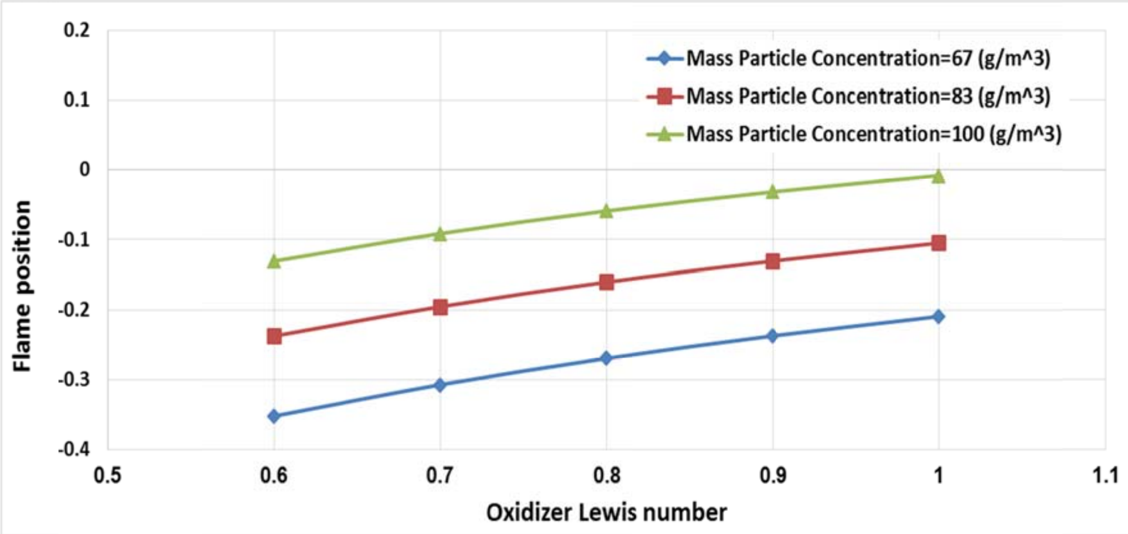
مقدار عدد لوئیس سوخت برابر با ۱ فرض شده است. طبق تعریف، عدد لوئیس معادل با نسبت نفوذ حرارتی به نفوذ جرم می‌باشد و برای یک مقدار ثابت از عدد لوئیس سوخت، افزایش عدد لوئیس اکسایننده معادل با کاهش ذخیرهٔ کسر جرمی اکسایننده می‌باشد که دمای شعله را کاهش می‌دهد و موقعیت شعله را به سمت راست یعنی به سمت اکسایننده سوق می‌دهد. برای یک مقدار ثابت از غلظت جرمی ذره در ۸۳ $\frac{gr}{m^3}$ با تغییر عدد لوئیس اکسایننده از ۰/۶ تا ۱ دمای شعله از ۱۶۹۰ درجهٔ کلوین به ۱۴۵۸ درجهٔ کلوین می‌رسد و موقعیت شعله به‌تدریج از ۰/۲۳- به ۰/۱۰- سوق پیدا می‌کند. با افزایش غلظت جرمی ذره، دمای شعله مقادیر بالاتری را به خود اختصاص می‌دهد و موقعیت شعله نیز در یک عدد لوئیس مشخص برای اکسایننده، در غلظت‌های جرمی بالاتر ذره نسبت به نسبت‌های پایین‌تر، در سمت راست قرار دارد. مقادیر مربوط به دمای تبخیر در این دو شکل نیز مشابه با شکل (۲) از نتایج کارهای پروست [6] استخراج گردید.



شکل ۲ تغییرات دمای شعله با تغییر مقدار لوئیس سوخت در غلظت‌های جرمی مختلف ذره



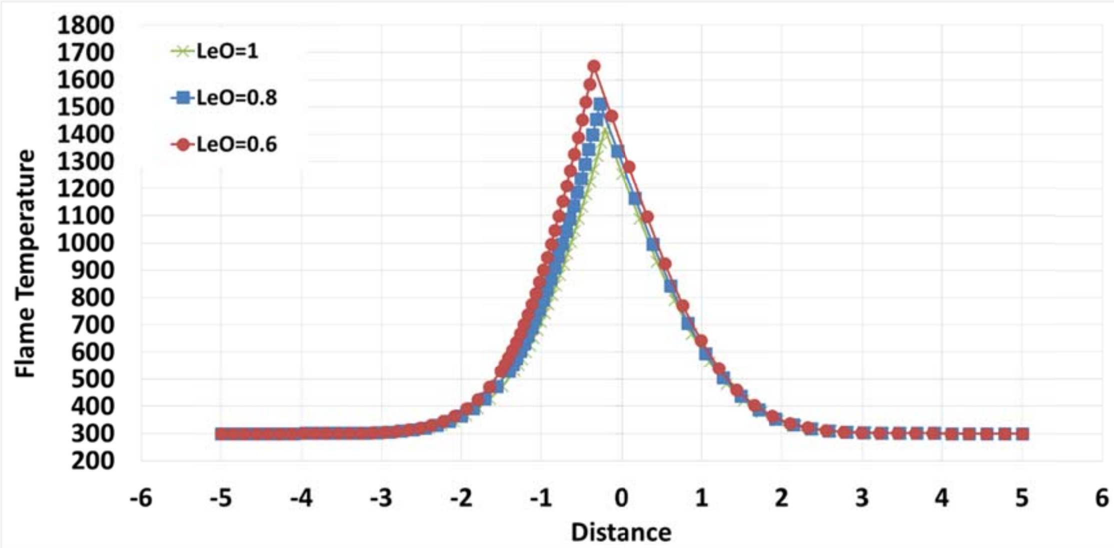
شکل ۳ تغییرات دمای شعله با تغییر مقدار لوئیس اکسایننده در غلظت‌های جرمی مختلف ذره



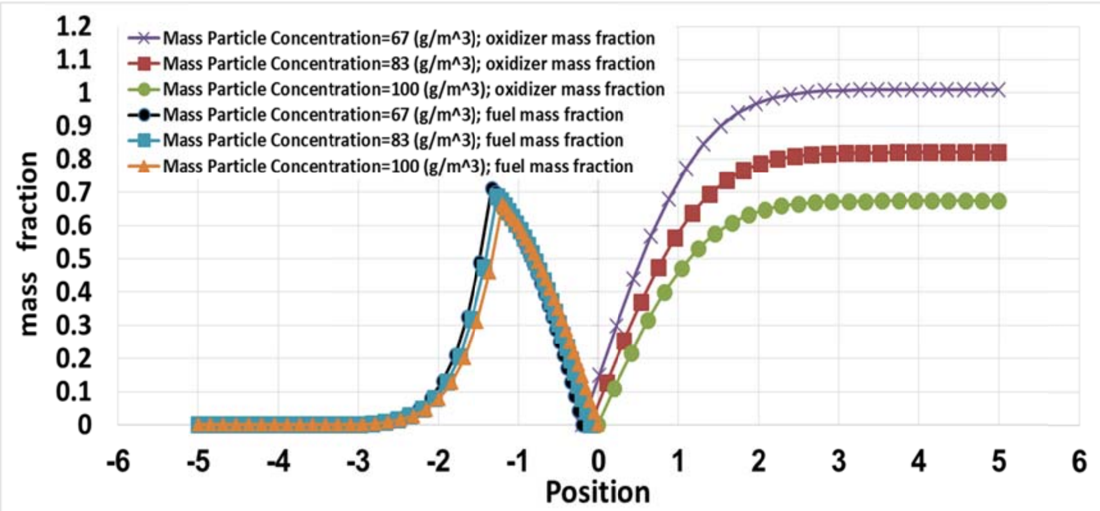
شکل ٤ تغییرات موقعیت شعله با تغییر مقدار لوئیس اکساینده در غلظت‌های جرمی مختلف ذره

شکل (٥) نمایشگر پروفیل دمای سوخت گازی حاصل از تبخیر ذرات سوخت جامد و هم‌چنین پروفیل دمای اکساینده می‌باشد که برای سه مقدار مختلف از عدد لوئیس اکساینده رسم شده است. همان‌طور که در شکل زیر مشاهده می‌شود، دمای سوخت گازی و اکساینده که به‌ترتیب در سمت چپ و راست نمودار می‌باشند، به‌تدریج افزایش می‌یابد تا به میزان دمای شعله برسد. کاهش میزان عدد لوئیس اکساینده از مقدار ١ به ٠/٨ و سپس ٠/٦ منجر به افزایش دمای شعله و جابه‌جایی شعله به سمت چپ می‌شود که در شکل‌های (٣ و ٤) به‌صورت مفصل شرح داده شده است.

شکل (٦) نشانگر پروفیل کسر جرمی سوخت گازی حاصل از تبخیر ذرات سوخت جامد و هم‌چنین کسر جرمی اکساینده از منابع سوخت و اکساینده تا محل تشکیل شعله می‌باشد که برای سه مقدار مختلف از غلظت جرمی ذره رسم شده است. افزایش میزان غلظت جرمی ذره منجر به کاهش مقدار α به‌عنوان میزان اولیه کسر جرمی اکساینده می‌شود. همان‌طور که در شکل زیر نمایش داده شده است، با افزایش میزان نسبت هم‌ارزی طرف راست شکل که نمایشگر کسر جرمی اکساینده می‌باشد، مقدار حداکثر کمتری را به خود اختصاص می‌دهد و با نزدیک شدن به محل تشکیل شعله، کسر جرمی اکساینده به‌تدریج کاهش پیدا می‌کند تا در محل تشکیل شعله به مقدار صفر برسد. به‌صورت مشابه در سمت چپ نمودار کسر جرمی سوخت گازی برای مقادیر مختلف مقدار نسبت هم‌ارزی رسم شده است. همان‌طور که از شکل مشخص است، کسر جرمی سوخت ابتدا به یک نقطهٔ حداکثر در محل تبخیر سوخت می‌رسد و سپس به‌صورت تدریجی کاهش می‌یابد تا به مقدار صفر در محل تشکیل شعله برسد. افزایش مقدار غلظت جرمی ذره، مقدار کسر جرمی سوخت را در نقطهٔ تبخیر کاهش می‌دهد و موقعیت آن را به‌سمت اکساینده جابه‌جا می‌نماید. همان‌طور که از شکل مشخص است، افزایش مقدار غلظت جرمی ذره موقعیت تشکیل شعله را به‌سمت اکساینده یعنی سمت راست، سوق می‌دهد.



شکل ۵ پروفیل دمای سوخت گازی و اکساینده در فواصل مختلف از محل تشکیل شعله با تغییر اعداد لوئیس مختلف اکساینده



شکل ٦ پروفیل کسر جرمی سوخت گازی و اکساینده در فواصل مختلف از محل تشکیل شعله برای سه مقدار مختلف غلظت جرمی ذره

نتیجه‌گیری

در این پـژوهش، مـدل‌سـازی احتـراق جریـان متقابـل ابرذرات نفوذی برای اولـین بـار در سـطح دنیـا مـورد بررسی قرار گرفـت و مطالعـه‌ای پـارامتری بـر عوامـل تأثیرگذار بر دما و کسر جرمی سوخت و اکساینده ارائه گردید. در مدل ارائـه شـده، فـرض شـد کـه ابـرذرات ارگانیک ابتدا تبخیر می‌شوند و سوخت گازی تشـکیل شده از این تبخیـر، وارد فرآینـد واکـنش بـا اکسـاینده می‌گردد. از آن‌جایی که سوخت و اکساینده از دو سوی مقابل یکدیگر به سمت صفحهٔ سکون حرکت می‌کنند، موقعیت شعله بسته به شرایط اولیهٔ سوخت و اکساینده، می‌تواند در طرفین صفحهٔ سکون قرار بگیرد. ناحیـه‌ای حـدی بـرای تبخیـر ذرات در ایـن پـژوهش مفـروض است، بدین صورت که ذرات در یک ناحیهٔ بسیار نازک حدی تبخیر می‌شوند و سوخت گازی که وارد فرآینـد واکنش می‌شـود را ایجـاد مـی‌نماینـد. معـادلات بقـای جرمی سوخت جامد، سوخت گاز، اکسـاینده و معادلـهٔ

بقای انرژی به‌صورت تحلیلی برای اعداد لوئیس غیر واحد حل گردیدند و دمای شعله برحسب تغییرات اعداد لوئیس سوخت و اکساینده ارائه گردیدند. مشخص گردید که با افزایش مقدار اعداد لوئیس سوخت و اکساینده، دمای شعله افزایش می‌یابد و با افزایش مقدار عدد لوئیس سوخت، موقعیت شعله به سمت منبع اکساینده یا سمت راست صفحهٔ سکون جابه‌جا می‌شود. هم‌چنین نشان داده شد که افزایش غلظت جرمی ذره، منجر به افزایش دمای شعله می‌شود.

فهرست علائم

ω_v نرخ تبخیر ذرات ($kgm^{-1}s^{-2}$)

Y_s کسر جرمی ذرات

Y_F کسر جرمی سوخت گازی

H تابع هویساید

τ_{vap} زمان ثابت مشخصه تبخیر ذرات

T دمای سوخت

T_v دمای آغاز تبخیر ذرات

Y_F کسر جرمی سوخت

Y_O کسر جرمی اکساینده

m_f وزن مولکولی سوخت

m_O وزن مولکولی اکسیژن

m وزن مولکولی مخلوط

v_F ضریب استوکیومتری سوخت

v_O ضریب استوکیومتری اکساینده

$v_{product}$ ضریب استوکیومتری محصولات

Le عدد لوئیس

λ ضریب هدایت حرارتی

ρ چگالی

D_F ضریب نفوذ جرمی سوخت گازی شکل

D_O ضریب نفوذ جرمی اکساینده

Q گرمای آزاد شده در واحد جرم سوخت مصرفی

Q_v گرمای نهان تبخیر ذرات

D_T ضریب نفوذ حرارتی

C_a ظرفیت حرارتی فاز گازی

C_p ظرفیت حرارتی ذرهٔ جامد

ρ_p چگالی ذرهٔ جامد

n_p تعداد ذرات در واحد حجم

ϑ_O تعداد مول‌هایی از اکسیژن است که در شرایط استوکیومتریک با یک مول از سوخت واکنش می‌دهند

α کسر جرمی اولیهٔ اکساینده

مراجع

1. Eckhoff, R., "*Dust explosions in the process industries: identification, assessment and control of dust hazards*", Gulf professional publishing, pp. 1-3, (2003).
2. Han, O.-S., Yashima, M., Matsuda, T., Matsui , H., Miyake, A. and Ogawa, T., "Behavior of flames propagating through lycopodium dust clouds in a vertical duct", *J. Loss Prev. Process Ind.*, Vol. 13, No. 6, pp. 449–457, (2000).
3. Cashdollar, K.L., "Overview of dust explosibility characteristics", *J. Loss Prev. Process Ind.*, Vol. 13, No. 3, pp. 183–199, (2000).
4. Hanai, H., Kobayashi, H. and Niioka, T., "A numerical study of pulsating flame propagation in mixtures of gas and particles", *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 28, No. 1, pp. 815–822, (2000).
5. Liu, Y., Sun, J. and Chen, D., "Flame propagation in hybrid mixture of coal dust and methane," *J. Loss Prev. Process Ind.*, Vol. 20, No. 4, pp. 691–697, (2007).
6. Proust, C., "Flame propagation and combustion in some dust-air mixtures", *J. Loss Prev. Process Ind.*, Vol. 19, No. 1, pp. 89–100, (2006).
7. Seshadri, K., Berlad, A.L. and Tangirala, V., "The structure of premixed particle-cloud flames,"

Combust. Flame, Vol. 89, No. 3, pp. 333–342, (1992).

8. Bidabadi, M. and Rahbari, A., “Modeling combustion of lycopodium particles by considering the temperature difference between the gas and the particles”, *Combust. Explos. Shock Waves*, Vol. 45, No. 3, pp. 278–285, (2009).
9. Bidabadi M. and Rahbari, A., “Novel analytical model for predicting the combustion characteristics of premixed flame propagation in lycopodium dust particles”, *J. Mech. Sci. Technol.*, Vol. 23, No. 9, pp. 2417–2423, (2009).
10. Haghiri, A. and Bidabadi, M., “Modeling of laminar flame propagation through organic dust cloud with thermal radiation effect”, *Int. J. Therm. Sci.*, Vol. 49, No. 8, pp. 1446–1456, (2010).
11. Daou, R., Daou, J. and Dold, J., “Effect of heat-loss on flame-edges in a premixed counterflow,” *Combust. Theory Model.*, Vol. 7, No. 2, pp. 221–242, (2003).

۱۲. فرشادی، سیروس، "احتراق جریان متقابل ابرذرات ارگانیک"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک (تبدیل انرژی)، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، (۱۳۹۲).

13. Linan, A., “The asymptotic structure of counterflow diffusion flames for large activation energies,” *Acta Astronaut.*, Vol. 1, No. 7, pp. 1007–1039, (1974).
14. Seshadri, K. and Trevino, C., “The influence of the Lewis numbers of the reactants on the asymptotic structure of counterflow and stagnant diffusion flames”, *Combust. Sci. Technol.*, Vol. 64, No. 4–6, pp. 243–261, (1989).
15. Dvorjetski, A. and Greenberg, J.B., “Influence of non-unity Lewis numbers and droplet loading on the extinction of counter-flow spray diffusion flames”, *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 28, No. 1, pp. 1047–1054, (2000).
16. Wichman, I.S. and Yang, M., “Double-spray counterflow diffusion flame model”, *Strain*, Vol. 2, p. 2, (1998).
17. Daou, R., Daou, J. and Dold, J., “The effect of heat loss on flame edges in a non-premixed counterflow within a thermo-diffusive model”, *Combust. Theory Model.*, Vol. 8, No. 4, pp. 683–699, (2004).
18. Fendell, F.E., “Ignition and extinction in combustion of initially unmixed reactants”, *J. Fluid Mech.*, Vol. 21, No. 02, pp. 281–303, (1965).
19. Abramowitz, M. and Stegun, I.A., “Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. National Bureau of Standards Applied Mathematics Series 55. Tenth Printing.,” (1972).
20. Burden, R.L. and Faires, J.D., “Numerical analysis. 2001”, *Brooks/Cole, USA*, (2001).
21. Rockwell, S.R. and Rangwala, A.S., “Modeling of dust air flames”, *Fire Saf J.*, Vol. 59, pp. 22–29, (2013)